LA MUSIQUE, UNE PRATIQUE CACHÉE DE L'ARITHMÉTIQUE?

Patrice BAILHACHE

Département de Philosophie, Chemin de la Censive du Tertre

~~B.P. 1025, F-44036 Nantes Cedex 01, France~~

B.P. 81227, F-44312 Nantes Cedex 3, France

Les écrits de Leibniz sur la musique ou sur la théorie de la musique sont peu nombreux et, en général, mal connus. Un thème cependant semble universellement répété sur ce sujet, au point d'en être presque *éculé*, c'est celui selon lequel le philosophe de Hanovre assimile la musique à une arithmétique inconsciente :

«musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi»[1]

Comme on s'en doute, même si Leibniz a peu écrit sur la musique comparativement à la philosophie ou les mathématiques, ce qu'il a laissé sur la question ne se réduit pas à cette seule affirmation. Du reste, à elle seule, elle

---

[1]. «la musique est une pratique cachée de l'arithmétique, l'esprit n'ayant pas conscience qu'il compte», **KE** I, 240. Ceci est répété en divers endroits (**BH** 140 = **LTM** 147; **GP** VI, 605; le texte de **GP** IV, 550-551, "Extrait du Dictionnaire de M. Bayle" [vers 1703], est peut-être le plus détaillé :

«J'ay déjà montré plus d'une fois que l'ame fait beaucoup de choses sans savoir comment elle les fait, lorsqu'elle le fait par le moyen des perceptions confuses et des inclinations ou appetitions insensibles dont il y en a tousjours un grandissime nombre et dont par consequent il est impossible que l'ame s'apperçoive, ou qu'elle puisse les demeler directement. Jamais nos perceptions sont parfaitement unies, comme pourroit etre une ligne droite, elles sont tousjours revetues de quelque chose de sensible, qui enveloppe quelque chose de confus, lors même qu'il est clair. [...] J'ay montré ailleurs que la perception confuse de l'agrement ou des agremens <*sic*, certainement une erreur; il faut lire "du désagrément"> qui se trouve dans les consonances ou dissonances consiste dans une Arithmetique occulte. L'ame compte les battements du corps sonnant qui est en vibration, et quand ces battements se rencontrent regulierement à des intervalles courts, elle y trouve du plaisir. Ainsi elle fait ces comptes sans le savoir. C'est ainsi qu'elle fait encore une infinité d'autres petites operations tres justes, quoyqu'elles ne soyent point volontaires ny connues que par l'effet notable où elles aboutissent enfin, en nous donnant un sentiment clair mais confus, parceque ses sources n'y sont point apperçues. Il faut que le raisonnement tache d'y suppléer, comme on l'a fait dans la Musique, où l'on a decouvert les proportions qui donnent de l'agrement.»

Nous ne chercherons pas ici à évaluer le degré de cohérence que constitue l'hypothèse leibnizienne du *calcul inconscient*. On sait que cette hypothèse s'oppose à celle de Descartes, pour qui toute authentique connaissance est nécessairement *claire et distincte*.

renvoie à deux problèmes : d'une part celui du statut de la musique dans sa philosophie en général; d'autre part celui de la définition des intervalles et des consonances par les nombres. Je n'insisterai guère sur le premier, largement débattu, et me contenterai d'y venir dans la conclusion, afin d'expliquer, autant que faire se peut, l'étrangeté de l'«attitude» de Leibniz envers l'art des sons (intérêt mêlé d'indifférence). Le second constitue un thème propre de théorie musicale, qui mérite, je crois, un exposé beaucoup plus détaillé.

Les textes

Les textes[2] de Leibniz sur la musique sont peu nombreux : il s'agit soit de simples allusions incluses dans des textes philosophiques ou des lettres diverses, soit d'ébauches de théorie musicale (seulement trois à quatre pages en 1709), soit enfin de lettres spécifiquement consacrées au thème de la théorie musicale. Ces dernières, qui représentent - en quantité du moins - ce qu'il y a de plus important, se limitent cependant à une dizaine de missives adressées à Conrad Henfling (1706 à 1709) et à deux autres adressées à Christian Goldbach (1712). En 1980, on ne comptait qu'une vingtaine de titres, articles ou livres, d'analyse ou de commentaire à propos de Leibniz et de la musique.

Sur la théorie musicale chez Leibniz — le seul thème pour lequel le philosophe offre quelque sérieuse «prise», hormis, bien entendu, celui des rapports de la musique avec la philosophie en général —, la correspondance avec Henfling constitue la source essentielle. Cette correspondance, jointe aux pages d'ébauche de théorie musicale, a été publiée par Rudolf Haase en 1982[3], qui l'a accompagnée d'un commentaire érudit, solide du point de vue de l'information, mais erroné quant à l'interprétation (l'auteur voit en Leibniz un adepte du *pythagorisme*, sans qu'aucun élément concret permette de prouver cette thèse). En 1989, Andrea Luppi a publié un ouvrage de 200 pages sur Leibniz et la musique, travail très sérieux, bien documenté[4]. Plus récemment, la correspondance avec Henfling, suivie des deux lettres à Christian Goldbach, a été éditée par mes soins, traduite du latin pour les textes écrits en cette langue, et accompagné d'une partie

---

[2]. Les textes *publiés*. Comme on le sait, ces textes ne constituent qu'une faible part de tout ce que le philosophe de Hanovre a écrit. C'est dire qu'il reste peut-être beaucoup à découvrir pour le domaine qui nous occupe.

[3]. Texte référencé plus bas par les lettres **BH**.

[4]. Andrea Luppi, *Lo Specchio dell'Armonia Universale, Estetica e musica in Leibniz*, Franco Angeli, Milano, 1989.

introductive[5]. En guise de préambule, je commencerai par exposer brièvement le contenu de cette correspondance en me référant à ce dont Henfling est l'auteur, ce qui nous permettra ensuite de prendre une exacte mesure de ce qu'il peut y avoir d'original dans les écrits du savant sur le sujet.

Correspondance avec Conrad Henfling

Conrad Henfling (1648-1716) a été fonctionnaire à la cour du Margrave de Ansbach, puis conseiller aulique (Hofrat). Il a été mis en relation avec Leibniz par la princesse Caroline de Ansbach, plus tard reine d'Angleterre. L'œuvre musicologique de Henfling était encore connue vers 1740, mais visiblement personne ne l'avait réellement lue et elle finit par tomber dans l'oubli.

Cette œuvre consiste essentiellement en une *Lettre latine* adressée à Leibniz en 1706, d'une vingtaine de pages. Elle est accompagnée de quelques autres lettres, dans lesquelles intervient un troisième personnage : Alphonse des Vignoles, expert en musicologie[6], auquel Leibniz a passé la lettre de Henfling. Ce dernier espérait publier sa Lettre latine dans les *Acta Eruditorum* : elle le fut finalement dans le premier tome des *Miscellanea Berolinensia*, en 1710, publication éditée sous la direction de Leibniz lui-même. Dans les *Miscellanea*, Henfling a enrichi la première version de sa Lettre latine en tenant compte des objections que lui avaient opposées Leibniz et des Vignoles.

Assurément, comme le dit Haase, l'œuvre de Henfling est parfaitement «unpädagogisch»[7]; il faudrait ajouter : passablement confuse et maladroite, riche d'une complexité pléthorique[8]. Henfling propose une nouvelle appellation des intervalles de musique[9] — c'était une chose courante à l'époque, il suffit de penser à Sauveur qui fit de même en France —, il en définit et classe une quarantaine à partir de principes nouveaux, il donne aussi une méthode inédite de tempérament

---

5 *Leibniz et la théorie de la musique*, Klincksieck, coll. «Domaine musicologique», Paris, 1992, 158 p. Texte référencé plus bas par le sigle **LTM**.

6. En fait, selon les sources biographiques habituelles (Michaud, etc.), des Vignoles, né en 1649 dans le Languedoc, était un chronologiste. Il fut nommé membre de la société royale de Berlin à l'époque de sa fondation (1701) et fut invité à s'établir dans cette ville sur les instances de Leibniz. Son principal ouvrage est intitulé : *Chronologie de l'histoire sainte et des histoires étrangères depuis la sortie d'Egypte jusqu'à la captivité de Babylone* (Berlin 1738). Il mourut à Berlin en 1744.

7. **BH** 3.

8. Voir plus bas l'effroyable figure du «canonium».

9. Elle consiste avant tout, et très logiquement, à diminuer d'une unité les noms des intervalles. Par exemple, la tierce, qui met en jeu trois notes, mais seulement deux intervalles entre ces notes, est appelée *seconde*. De la sorte, l'addition d'intervalles respecte les règles ordinaires de l'artihmétique.

qui s'appuie sur une nouvelle théorie de la musique. Pour finir, il invente un nouveau type de clavier pour les orgues et clavecins. Bien entendu, il est hors de question de présenter ici tout cela en détail. Je renvoie aux publications mentionnées en références.

Au départ, avant l'envoi de son essai, Henfling cherche à impressionner Leibniz :

> «Madame ladite Princesse, écrit-il dans une lettre du 21 novembre 1705, m'a demandé d'où il venait que la musique, qui était toute corporelle dans ses causes et dans ses effets, et qui n'était aperçue que par nos corps, ne laissait pas de donner tant de satisfaction à notre esprit? Je lui ai allégué les raisons que j'ai pu, mais j'ai ajouté que le plaisir que l'on sentait à considérer et à connaître au juste toutes les parties et toutes les minuties, par lesquelles les intervalles diffèrent les uns des autres, était encore de toute une autre nature. Aussi ne voit-on guère des sciences qui soient plus cultivées que la musique, mais en même temps aussi qui le soient moins bien, et moins comme il faut. Les anciens Grecs, en grande foule, aussi bien que le peu qu'il y avait dans les Latins, ont suivi les fautes qu'Euclide avait commises dans sa *Section du canon*, jusqu'à Ptolémée qui en a substitué d'autres en leur place. Parmi les modernes, ce que les Pères Kircher et Mersenne y ont fait en d'assez grands volumes ne vaut pas le parler; Mr Des-Cartes s'est contenté de montrer le chemin, sans éplucher l'affaire[10]. Et Feu Mr Huygens dans l'*Histoire des Ouvrages des Sçavans* 1691, est arrivé là en sautant, où il fallait marcher par degrés»[11]

Cette entrée en matière vaut à Henfling une sage mise en garde de son correspondant :

> «Je souhaite de recevoir bientôt votre Lettre Latine sur la Musique. Mons. Hu[y]gens en avait étudié la théorie avec soin, et ce ne sera pas peu, Monsieur, si vous enchérissez sur ce qu'il a donné. Il allait assez par degrés dans ses méditations, mais il aura peut-être donné quelque échantillon *ex abrupto*.»[12]

Henfling ne tarde pas à envoyer sa Lettre latine à Leibniz. Des Vignoles, le lecteur chargé par Leibniz de rendre compte de la Lettre, se plaint de n'y rien comprendre; il faut dire que l'emploi exclusif de lettres pour noter les rapports musicaux (par exemple m/n au lieu de 2/1) et le principe de définition des intervalles (cf. plus bas sur cette question) ne rend pas la tâche facile. Leibniz n'ajoute aucun commentaire aux remarques du rapporteur.

Mais la maladresse des notations n'empêche pas de suivre comment Henfling tempère l'octave. Nous pouvons ici nous pencher sur cette question, qui exige quelques explications préalables. Leibniz lui-même, comme je le dirai plus bas, la considéra d'un peu plus près que le reste des problèmes de théorie musicale.

---

[10]. Dans ses autres lettres, Henfling avoue en fait qu'il s'est constamment référé à Descartes, qu'il a presque pris pour modèle.

[11]. Henfling à Leibniz, 21/11/1705, **BH** 55-56; **LTM** 123. Chaque fois qu'il est possible, je fais suivre la référence à **BH** de celle à **LTM**, qui porte le même texte français, ou bien la traduction française du texte latin de **BH**. Puisqu'il n'y a pas de risque d'ambiguïté, **BH** et **LTM** sont suivis des numéros de pages, sans la mention «p. ».

[12]. Leibniz à Henfling, été 1706, **BH** 58; **LTM** 125.

Les trois exigences fondamentales de tout tempérament

Tempérer une gamme[13], c'est adopter des hauteurs de sons fixes de telle sorte que la musique puisse être jouée *à peu près juste* dans tous les tons. Sur les instruments à sons fixes, précisément (orgue, clavecin, luth), le tempérament est indispensable, puisque la hauteur des notes est réglée une fois pour toute (du moins entre chaque *accord*). Deux cas se présentent, qui correspondent à peu près à l'évolution historique de la musique elle-même : celui d'une pure mélodie à une seule voix et celui d'une musique polyphonique, harmonique et tonale.

a) Dans la première hypothèse, des difficultés apparaissent dès qu'il y a plus qu'un seul type d'intervalle - ce qui est évidemment toujours le cas, puisqu'une mélodie fondée sur un unique intervalle serait la plus ennuyeuse du monde! On a coutume de remarquer par exemple qu'une suite de quintes ne peut jamais donner la même note qu'une suite d'octaves (Henfling le fait lui-même au § 30 de sa Lettre latine). 3/2 et 2 étant les rapports des fréquences de ces intervalles respectifs, cette non-concordance se trouve justifiée par le fait qu'aucune puissance de 3/2 ne peut égaler une puissance de 2 (c'est-à-dire $(3/2)^m = 2^n$ est une égalité impossible pour tout couple d'entiers m et n), théorème d'arithmétique tenant lui-même à ce que 2 et 3 sont des nombres premiers entre eux. Ainsi douze quintes montantes suivies de sept octaves descendantes devraient produire la même note selon les règles ordinaires du solfège[14], mais en fait les notes extrêmes sont à un *comma ditonique* (ou *pythagoricien*) de distance (intervalle $(3/2)^{12}/2^7 \approx 74/73$). De même, quatre quintes n'égalent pas exactement deux octaves augmentées d'une tierce majeure, la différence étant d'un *comma syntonique* (ou *ptolémaïque*) (intervalle $(3/2)^4/2^2/(5/4) = 81/80$).

b) Dans l'hypothèse de la musique tonale harmonique, ce qui précède n'est plus vrai. Car alors toutes les notes prennent leur valeur et leur signification par rapport à une seule d'entre elles, précisément la *tonique*[15]. Il ne peut plus y avoir de «dérive» mélodique : les notes jouées sont celles de la gamme juste. Cependant, de nouvelles difficultés surgissent dès que l'on veut *changer de tonalité*, c'est-à-dire *moduler*. Cela se pratique ordinairement aux tonalités les plus

---

13. Pour une analyse sommaire des tempéraments, cf. P. Bailhache, «Tempéraments musicaux et mathématiques», *Sciences et techniques en perspective*, 16, Univ. de Nantes, Dép. de mathématiques, 1989, p. 82-112.

14. Le décompte de ces quintes conduit par exemple à :

fa ut sol ré la mi si fa# ut# sol# ré# la# mi#

et la dernière note, *mi#*, devrait être à sept octaves du *fa* initial.

15. Sauf le second degré et la sensible, qui sont respectivement à intervalle de quinte et de tierce majeure avec la dominante.

proches, celles qui contiennent le moins de notes différentes de celles de la tonalité d'origine. Il est facile de montrer que, dans le cas d'un ton voisin, outre l'introduction d'une note nouvelle (par exemple *fa#* dans le passage d'ut majeur à sol majeur), une autre note doit être modifiée d'un comma syntonique (ainsi le *la*, qui doit être rehaussé de cet intervalle dans le passage d'ut majeur à sol majeur). Des modulations plus éloignées introduisent d'autres nouvelles notes et obligent à d'autres rehaussements ou abaissements. La conclusion est que, même dans la musique tonale, la dérive des notes est inévitable.

Afin de permettre le maximum de modulations, on peut envisager de multiplier les touches d'un clavier (ou les frettes d'un luth); il reste toutefois bien clair que cette solution atteind rapidement ses limites, des touches trop nombreuses rendant l'instrument impossible à jouer. Tout tempérament apparaît ainsi comme un *compromis* entre trois exigences mutuellement incompatibles : *1) obtenir des intervalles justes, 2) pouvoir moduler et transposer librement, 3) disposer de claviers aussi aisés à jouer que possible*.

A l'époque de Leibniz, le tempérament égal commençait à s'imposer dans la pratique. Cependant, du point de vue théorique, un autre mode de partage de l'octave dominait encore : le tempérament *mésotonique*. Je tenterai d'expliquer ici en quelques mots le principe de ce tempérament.

On sait que les grecs anciens ne considéraient pas les tierces et les sixtes comme des intervalles consonants. Pour eux, les consonances se limitaient à l'octave, la quinte et la quarte. Ils ont ainsi été amenés à définir les degrés de la gamme par des intervalles successifs de quintes[16]. Ces quintes, ramenées dans la même octave, donnent des degrés justes pour la dominante et la sous-dominante (*sol* et *fa* en ut majeur), mais faux pour les autres. Ainsi, pour la tierce majeure, l'intervalle obtenu par l'addition des quintes, dit tierce *pythagoricienne*, vaut $81/64 = (9/8)^2$ et semble «impur» en comparaison de la tierce juste 5/4 (des battements désagréables s'entendent dans la tierce pythagoricienne). On calcule que la tierce pythagoricienne est plus haute d'un *comma syntonique* que la tierce juste.

Le tempérament mésotonique, imaginé pour la première fois semble-t-il par Pietro Aron (Venise, 1523), consiste précisément à *diminuer les quintes*[17] *d'un quart de comma syntonique, de telle manière que les tierces majeures deviennent justes*. Des calculs simples montrent que, dans le tempérament mésotonique *tous les tons ont la même valeur moyenne*[18] (d'où le nom de ce tempérament).

---

16. Par exemple, si*b* fa ut sol ré la mi si fa#.

17. En ut majeur sont diminuées les quatre quintes *ut-sol-ré-la-mi*.

18. Égale à $\sqrt{5}/2$, valeur intermédiaire entre les tons majeurs et mineurs (9/8 et 10/9). Comme la gamme majeure juste contient trois tons majeurs et deux tons mineurs, leur remplacement par cinq

Le défaut essentiel du tempérament mésotonique est que, contrairement au tempérament égal par exemple, il ne permet pas des modulations en nombre illimité. En descendant de douze quintes (tempérées), on devrait retrouver la note dont on est parti, à l'enharmonie près[19]. Mais des différences se sont accumulées et la nouvelle note est distance d'environ un comma et demi de celle qu'elle devrait égaler[20].

En définitive, des trois exigences fondamentales de tout tempérament deux sont atteintes : intervalles à peu près justes (tant qu'on ne module pas trop), clavier facile à jouer. La troisième ne l'est pas : les possibilités de modulation sont limitées à une envergure de onze tons. Historiquement, cela a bien convenu à la musique jusqu'à l'époque de J.S. Bach, particulièrement pour le clavecin - instrument rapidement réaccordable, donc présentant la possibilité de modifier la hauteur du ton central entre deux morceaux d'un concert -, moins pour l'orgue et pas du tout pour le luth, qui, quant à lui, réclamait le tempérament égal à cause de ses frettes.

La méthode de tempérament de Henfling

Face à ces exigences, la manière de tempérer de Henfling apparaît emprunte d'une rigidité archaïque. Il part, sans raison véritable, du ton mineur[21] et du demi-ton diatonique (diaton)[22], les soustrait l'un de l'autre; puis il poursuit plusieurs soustractions[23] avec les résultats qu'il obtient, posant ainsi par définition :

chrome	=	ton - diaton
harmonie	=	diaton - chrome
hyperoche	=	chrome - harmonie
eschate	=	harmonie - hyperoche

---

tons moyens ne produit pas l'équivalence. En conséquence, les deux demi-tons diatoniques 16/15 (mi-fa, si-ut) deviennent, dans le tempérament mésotonique, deux demi-tons légèrement plus grands.

19. C'est-à-dire par exemple aboutir à la_b à partir de *sol#*.

20. La quinte formée (à sept octaves et un renversement près) par la première note et celle qui précède juste son enharmonique (donc la onzième) est très fausse. Elle était appelée *quinte des loups*.

21. L'intervalle (10/9) entre *ré* et *mi* dans la gamme juste d'ut majeur; le ton majeur, lui, est illustré par l'intervalle entre *ut* et *ré* (9/8).

22. L'intervalle (16/15) qu'on trouve deux fois dans la gamme juste, en ut majeur entre *mi* et *fa*, et entre *si* et *ut*.

23. Ces soustractions sont en fait des divisions de rapports de fréquence ou de longueurs de corde. Henfling en a parfaitement conscience.

Encore qu'il ne l'avoue pas, cette procédure s'inspire de celle de l'*algorithme d'Euclide*, employée pour trouver la mesure commune à deux grandeurs. Seulement ici, Henfling a la chance que les divers intervalles produits vont en décroissant… du moins jusqu'à l'eschate (car la différence hyperoche - eschate serait au contraire supérieure à l'eschate lui-même)[24]. Il s'agit donc, en fait, d'une application arbitraire de l'algorithme d'Euclide, accompagnée d'une règle également arbitraire destinée à ce que la procédure s'arrête.

Ayant ainsi défini des intervalles suffisamment petits pour permettre un découpage de l'octave aussi fin que désiré, Henfling ajoute *sans aucune justification avouée* le principe d'abaisser une quinte sur quatre dans l'addition pythagoricienne des quintes. La procédure s'inspire visiblement du procédé du tempérament mésotonique, mais maladroitement, et cela pour deux raisons : d'une part il est fâcheux d'opérer des corrections de manière discontinue au lieu de les répartir uniformément sur toutes les quintes; d'autre part Henfling se trompe, commençant par abaisser la troisième quinte au lieu de la quatrième[25]. Quoi qu'il en soit, il aboutit à une division de l'octave en 50 parties : avec un tel nombre, il est évidemment hors de question de *pratiquer* le tempérament sur un instrument. L'exigence de «jouabilité» est totalement abandonnée; Henfling n'en parle même pas[26].

---

[24]. Evalués en cents, les intervalles s'échelonnent comme suit : ton 182,4; diaton (=demi-ton majeur) 111,7; chrome (=demi-ton mineur) 70,7; harmonie 41,1; hyperoche 29,6; eschate 11,5. La différence hyperoche — eschate, quant à elle, s'élève à 18,1.

[25]. **BH** 100-104. Dans l'article intitulé "Le système musical de Conrad Henfling (1706)", j'ai étudié de près cette méthode de construction des intervalles : je suis parvenu à la conclusion que dès la première modulation au ton voisin certains degrés sont faux (par exemple *fa#* en sol majeur). Autant dire que la méthode n'a aucune valeur réelle.

[26]. L'ensemble se trouve pour ainsi dire présenté graphiquement par Henfling dans la terrible figure du canonium. Il s'agit d'un monocorde gradué, dont je donne ici la copie d'une moitié (Henfling lui-même coupe la figure en deux, tant elle est complexe) à titre de simple illustration.

Figura 66.

	VII.	V.	IV.	I.
²C	$\frac{d^2p^2}{bq^2}$	$\frac{mdp}{nbq}$		$\frac{mdp+nbp}{mdq+nbq}$

II. III. VI.

F, C, D, G, A, E, H, ²C, ²G, ²D, ²A, ²E, ²H, ⁴F, ⁴C, ⁴G, ⁴D, ⁴A, ⁴E, ⁴H

Figura 67.

VI.

0500000000
$2 \cdot \sqrt[31]{2}$
0511305718
$2 \cdot \sqrt[31]{2^2}$
0522867074
$2 \cdot \sqrt[31]{2^3}$
0534689849
$2 \cdot \sqrt[31]{2^4}$
0546779935
$2 \cdot \sqrt[31]{2^5}$
0559143434
$2 \cdot \sqrt[31]{2^6}$
0571786470
$2 \cdot \sqrt[31]{2^7}$
0584715383
$2 \cdot \sqrt[31]{2^8}$
0597930637
$2 \cdot \sqrt[31]{2^9}$
0611456843
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{10}}$
0625282760
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{11}}$
0639373808
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{12}}$
0653879534
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{13}}$
0668664689
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{14}}$
0683784158
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{15}}$
0699245499
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{16}}$
0715056444
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{17}}$
0731224897
$2 \cdot \sqrt[31]{2^{18}}$
0747758941

IV.

0500000000
$2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{2}}}$
0529731548
$2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2}}$
0561231024
$2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2^2}}$
0594603557
$2 \cdot \sqrt[3]{2}$
0629960525
$2 \cdot \sqrt[3]{2}\sqrt{\sqrt{2}}$
0667419927
$2 \cdot \sqrt{2}$
0707106781
$2 \cdot \sqrt[3]{2^2}\sqrt{2}$

III.

Har. C
0509116882
Chr.
8 . $3\sqrt{2}$
0530330086
Har.
125 . $48\sqrt{2}$
Hyp.
64 . $25\sqrt{2}$
Diat.
Har.
5 . $2\sqrt{2}$
0565685425
Chr.
12 . $5\sqrt{2}$
0589255651
Har.
75 . $32\sqrt{2}$
Hyp. C
Diat.
512 . $225\sqrt{2}$
Har. C 4$\sqrt{2}$
0628539[illegible]
0636396103
Chr.
32 . $15\sqrt{2}$
0662912607
Har.
25 . $12\sqrt{2}$
Hyp.
Diat.
Har.
2 . $\sqrt{2}$
0707106781
Har.
125 . $6\sqrt{2}$
Hyp.
Diat.
48 . $25\sqrt{2}$
Har.

I.

Har. C
Hyp.
Har. C
Har. C
Hyp. C
Har. C
Har. C
Hyp.
Hyp. C
Har. C
Har. C
Hyp.
Hyp. C
Har. C
Har. C
Hyp. C
Hyp. C
Har. C
Har. C
Har. C
Hyp. C
Hyp. C
Har. C

II.

0503115293
112.5 . Har. $3\sqrt{5}$
0515190062
64 . Hyp. $15\sqrt{5}$
0524078432
Har.
25 . $6\sqrt{5}$
0536656315
Hyp.
Chr.
Hyp.
4 . $\sqrt{5}$
0559016994
125 . $32\sqrt{5}$
0572433402
96 . Hyp. $25\sqrt{5}$
0582309389
Har.
15 . $4\sqrt{5}$
0596284794
Har.
Chr.
18 . Har. C $3\sqrt{5}$
0621129[illegible]
0628894119
22.5 . Har. C $64\sqrt{5}$
126 . $35\sqrt{5}$
0643987578
Hyp.
256 . $75\sqrt{5}$
0655098040
Har.
10 . $3\sqrt{5}$
0670820393
Hyp.
Chr.
Hyp.
16 . $5\sqrt{5}$
0698771243
25 . $8\sqrt{5}$
0715541753
Hyp.
Chr.
Hyp.
3 . $\sqrt{5}$
0745355993

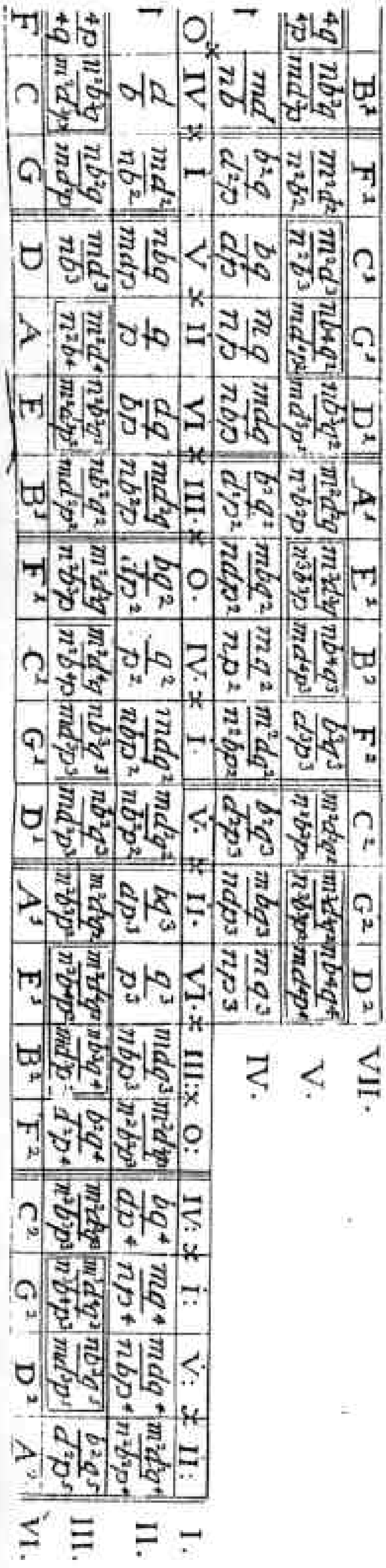
V.

0500000000
$2 \cdot \sqrt[19]{2}$
0518577523
$2 \cdot \sqrt[19]{2^2}$
0537845293
$2 \cdot \sqrt[19]{2^3}$
0557828959
$2 \cdot \sqrt[19]{2^4}$
0578555118
$2 \cdot \sqrt[19]{2^5}$
0600051360
$2 \cdot \sqrt[19]{2^6}$
0622346295
$2 \cdot \sqrt[19]{2^7}$
0645469590
$2 \cdot \sqrt[19]{2^8}$
0669452050
$2 \cdot \sqrt[19]{2^9}$
0694325573
$2 \cdot \sqrt[19]{2^{10}}$
0720123269
$2 \cdot \sqrt[19]{2^{11}}$
0746879481

VII.

0500000000
2 . [illegible]
0506979740
2 . [illegible]
0514056914
2 . [illegible]
0521232881
2 . [illegible]
0528309223
2 . [illegible]
0535886732
2 . [illegible]
0543367432
2 . [illegible]
0550952560
2 . [illegible]
0558643509
2 . [illegible]
0566441943
$2 \cdot \sqrt[5]{2}$
0574349177
2 . [illegible]
0582366794
2 . [illegible]
0590496331
2 . [illegible]
0598739353
2 . [illegible]
0607097442
2 . [illegible]
0615572207
2 . [illegible]
0624165275
2 . [illegible]
0632878297
2 . [illegible]
0641712949
2 . [illegible]
0650670928
$2 \cdot \sqrt[5]{2^2}$
0659753956
2 . [illegible]
0668963778
2 . [illegible]
0678302164
2 . [illegible]
0687770910
2 . [illegible]
0697371834
$2 \cdot \sqrt{2}$
0707106781
2 . [illegible]
0716977024
2 . [illegible]
0726986259
2 . [illegible]
0737134009
2 . [illegible]
0747424625

Continuatio Fig.ra 66.



Continuatio Figuræ 67.

VI.

- 2 . $\sqrt[31]{2}^{19}$ — 0764066844
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{20}$ — 0781957059
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{21}$ — 0799638232
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{22}$ — 0817719200
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{23}$ — 0836209004
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{24}$ — 0855110891
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{25}$ — 0874452311
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{26}$ — 0894224933
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{27}$ — 0914444643
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{28}$ — 0935121549
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{29}$ — 0956265990
- 2 . $\sqrt[31]{2}^{30}$ — 0977888536
- 1

IV.

- 0749153538
- 2 . $\sqrt[3]{2}^{2}$ — 0793700526
- 2 . $\sqrt[3]{2}\sqrt[2]{2}$ — 0840896415
- 2 . [illegible] — 0890898718
- 2 . [illegible] — 0943874313
- 1

III.

- 15 . 8√2 — 0754247233
- Chr.
- 9 . 5√2 — 0785074201
- 16 . 9√2 — 0705495129
- Har-C. 22.5 . 32√2 — [illegible]
- Hyp-C — Diat.
- 128 . 75√2 — [illegible]
- Har
- 5 . 3√2 — 0848528137
- Chr.
- 8 . 5√2 — 0883883470
- Har.
- Hyp — Diat
- 192 . 125√2 — [illegible]
- Har
- 3 . 2√2 — 0942809042
- Chr.
- 36 . 25√2 — [illegible]
- 64 . 45√2 — 0994368907
- Har-C

I.

- Har-C.
- Hyp-C — Hyp.
- Har-C — Har-C
- Har-C. — Hyp-C
- Hyp — Har-C
- Har-C.
- Hyp-C.
- Har-C
- Har-C — Hyp-C
- Hyp-C — Har-C
- Har-C.
- Hyp-C — Hyp
- Har-C — Har-C

II.

- Har.
- 375 . 128√5 — 0703244530
- 72 . 25√5 — [illegible]
- 128 . 45√5 — 0780117048
- Har-C. 45 . 16√5 — [illegible]
- 25 . 9√5 — 0804984472
- Har-C — Chr.
- Har.
- 8 . 3√5 — 0838525492
- Har.
- 125 . 48√5 — 0858050103
- Hyp.
- 64 . 25√5 — 0873464054
- Har.
- 5 . 2√5 — 0894427191
- Hyp. — Chr.
- Hyp.
- 32 . 5√5 — 0931694991
- Har.
- 75 . 32√5 — 0954055670
- Hyp.
- 288 . 125√5 — [illegible]
- 512 . 225√5 — 0982647060
- Har-C. 9 . 4√5 — [illegible]

V.

- 2 . $\sqrt[19]{2}^{12}$ — 0774629821
- 2 . $\sqrt[19]{2}^{13}$ — 0803411220
- 2 . $\sqrt[19]{2}^{14}$ — 0833262006
- 2 . $\sqrt[19]{2}^{15}$ — 0864221893
- 2 . $\sqrt[19]{2}^{16}$ — 0896332096
- 2 . $\sqrt[19]{2}^{17}$ — 0929635284
- 2 . $\sqrt[19]{2}^{18}$ — 0964175925
- 1

VII.

- 2 . $\sqrt[5]{2}^{3}$ — 0757858284
- 2 . [illegible] — 0768437591
- 2 . [illegible] — 0779164580
- 2 . [illegible] — 0790043312
- 2 . [illegible] — 0801069878
- 2 . [illegible] — 0812252390
- 2 . [illegible] — 0823591019
- 2 . [illegible] — 0835087920
- 2 . [illegible] — 0846745278
- 2 . [illegible] — 0858565437
- 2 . $\sqrt[5]{2}^{4}$ — 0870550563
- 2 . [illegible] — 0882702996
- 2 . [illegible] — 0895025071
- 2 . [illegible] — 0907519156
- 2 . [illegible] — 0920187651
- 2 . [illegible] — 0933032994
- 2 . [illegible] — 0946057647
- 2 . [illegible] — 0959264120
- 2 . [illegible] — 0972654947
- 2 . [illegible] — 0986232705
- 1

VI. IV. III. I. II. V. VII.

A tout cela Leibniz et le *rapporteur* des Vignoles ne semblent pas comprendre grand-chose — mais y a-t-il réellement quelque chose à comprendre? Le premier reproche seulement à Henfling d'introduire des intervalles trop compliqués, sans signification réelle dans la musique. Et c'est une juste remarque (**BH** 86; **LTM** 130)[27].

Apparition d'un concurrent redoutable : Joseph sauveur

Un jugement impartial est rendu d'autant plus difficile qu'à première vue la méthode de tempérament de Henfling ressemble beaucoup à celle de Sauveur, ce mathématicien de la cour de Louis XIV, inventeur de l'acoustique. Car ce savant procède également à des soustractions. Mais elles sont moins nombreuses, et surtout leur principe de départ n'est pas arbitraire : afin de tomber sur des degrés proches de ceux de la gamme juste, Sauveur commence avec le ton moyen et lui soustrait le demi-ton diatonique. Puis une seule soustraction supplémentaire lui livre un intervalle qui vaut à peu de chose près la 43e partie de l'octave. C'est là que Sauveur ajoute alors à sa méthode une ingénieuse trouvaille de calcul. Le logarithme à base 10 de 2 (deux est le rapport de l'intervalle d'octave) vaut en effet 0,30103. Or 301 est divisible par 43, le quotient étant 7. Il devient alors très facile d'évaluer tous les intervalles en *heptamérides* (= la 301e partie de l'octave, le nombre décimal 0,30103 se trouvant approché par 0,301; donc aussi = la 7e partie du comma de Sauveur)[28].

De Sauveur, dont Leibniz prit plusieurs fois la défense dans la controverse qui ne tarda pas à surgir entre Henfling et le mathématicien français, c'est à peu près la seule chose que le philosophe de Hanovre ait bien retenue. A ses yeux, les systèmes de Henfling et de Sauveur étaient apparentés, et c'est pourquoi son attitude envers leurs auteurs fut ambiguë : alors qu'il gratifie le tempérament de Sauveur de diverses louanges (parce qu'il le comprend en partie), il n'en a guère pour celui de Henfling; mais il croit que le second présente l'avantage de préserver la différence entre les tons majeur et mineur, et, pour cette raison, il le dit préférable.

Le clavier de Henfling

Il apparaît à la fin de la Lettre latine. Comme la réforme des notations, l'idée n'est pas originale. Les claviers à «touches divisées» (avec plus que douze notes

---

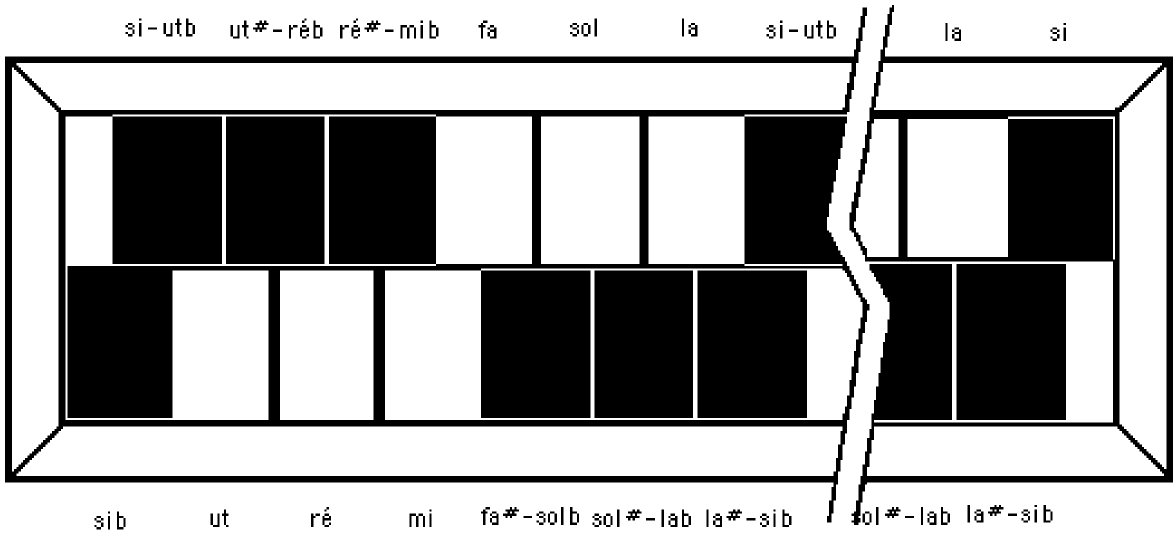
[27]. Comme déjà dit, chaque fois qu'il est possible, je fais suivre la référence à **BH** de celle à **LTM**, qui porte le même texte français, ou bien la traduction française du texte latin de **BH**.

[28]. Et même pour plus de précision en *décamérides* (= la 3010e partie de l'octave, le 10e d'une heptaméride).

dans l'octave) étaient courants à l'époque. Mais la disposition des touches, dans le simple tempérament égal, est remarquablement astucieuse. Malheureusement, Leibniz n'en dit presque rien :

> «…novum*Claviarii Organi* genus, a multis commoditatibus commendatum,…»[29]

et il ajoute seulement qu'il en attend une description complète[30].



Comment Leibniz jugeait-il Henfling?

Il n'est pas très aisé de répondre à cette question. L'attitude de Leibniz envers Henfling est assez énigmatique. Au début, nous l'avons vu, lorsque la correspondance s'établit et que Henfling annonce l'envoi de sa *Lettre latine* sur la musique, en précisant qu'il espère avoir réussi là où tous ses prédécesseurs, y compris Huygens, ont échoué, Leibniz attend avec intérêt le texte de son correspondant. Dans la suite, une fois reçu ce texte, il charge des Vignoles de l'étudier à sa place, puis jette un regard à la fois sur le texte et sur les commentaires du rapporteur, en prenant visiblement la défense de Henfling contre les critiques peu indulgentes de celui-ci (**BH** 108). Mais lorsque des Vignoles s' «éclipse» et que la correspondance reprend seulement entre Henfling et Leibniz, ce dernier montre de plus en plus de scepticisme en face du travail de

---

29. **BH** 136; **LTM** 143.

30. Au contraire, des Vignoles a aperçu l'originalité et l'ingéniosité du clavier (**BH** 107). Nous ne serions pas loin de penser comme lui, que dans tout le fatras théorique que propose Henfling, ce soit en effet la seule chose digne d'être conservée!

Henfling. Une chose le préoccupe particulièrement, c'est que Sauveur ne soit pas injustement calomnié par Henfling (**BH** 146; **LTM** 149). S'adressant à des Vignoles, Leibniz écrit en 1709 :

> «J'eusse souhaité que M. Henfling se fût expliqué davantage quelques fois dans sa lettre Latine : mais j'attribue l'obscurité que j'y trouve encor par cy par là, au peu de practique que j'ay en cette matière outre qu'il pourra trouver un jour l'occasion de s'expliquer d'avantage : et il semble que l'honnêteté ne permet pas qu'on en arrête davantage l'impression.» (**BH** 135; **LTM** 142).

On voit que Leibniz garde jusqu'à la fin quelque hésitation sur la valeur du travail de Henfling; et ceci parce qu'il s'estime insuffisamment savant en théorie de la musique. Si l'on pense en effet à l'imprécision de ses connaissances — on en verra un exemple avec le tempérament qu'il propose lui-même dans la lettre à Henfling du 24 octobre 1706 —[31], il faut reconnaître que Leibniz fait preuve ici d'une certaine lucidité. S'adressant directement à Henfling (dans sa dernière lettre portant sur la théorie musicale), il lui avoue qu'à ses yeux le tempérament égal lui semble suffisant pour la pratique. Il écrit aussi :

> «[...] je souhaiterois qu'on pensât un peu plus qu'on ne le fait ordinairement, aux raisons de la practique et de ce qui plaist le plus dans les compositions [...]» (**BH** 147; **LTM** 149).

Il est permis d'interpréter ces lignes comme une critique de l'arbitraire contenu dans les élucubrations de la *Lettre latine*.

Vers une théorie leibnizienne de la musique

Quelques passages de la correspondance ou quelques bribes éparses dans des textes philosophiques contiennent des éléments de théorie musicale qui ne se réduisent pas à de simples commentaires. Ainsi en va-t-il, en rapport avec les théories de Henfling, d'«annotations» à son système et d'une table des intervalles qu'on peut dater d'avril 1709[32]. De même la lettre à Christian Goldbach du 17 avril 1712 apporte-t-elle quelques compléments sur les conceptions du maître de Hanovre en matière de théorie de la consonance. En définitive, Leibniz s'est intéressé principalement à trois questions : l'origine des consonances, leur classement et le problème du tempérament.

La notion de la consonance selon Leibniz

> «Il faut noter que les nombres *qui interviennent dans les rapports des intervalles musicaux*, écrit Leibniz, c'est-à-dire sont susceptibles de les constituer, proviennent des

---

[31]. Et il y en a bien d'autres exemples dans ses commentaires sur Henfling et Sauveur.

[32]. **BH** 136; **LTM** 143.

seuls nombres premiers 2, 3, 5 [33] […] J'entends les couples de *nombres constituant le rapport*, qui sont premiers entre eux, en sorte que le rapport ne peut être ramené à des nombres plus simples. Les *consonances* naissent ici de tous et des seuls rapports de nombres qui ne sont pas plus grands que l'octonaire <c'est-à-dire 8> et qui interviennent dans des rapports d'intervalles musicaux ne dépassant pas deux. Sont ainsi exclus de la constitution de ces consonances tous les nombres plus grands que 8, et parmi les nombres plus petits, le nombre 7. La raison en est que l'harmonie consiste dans les conjonctions des coups, même si ces conjonctions sont imparfaites. Mais l'esprit, à travers cette arithmétique inconsciente dont il se sert en musique, a du mal à suivre, si avant de parvenir à la conjonction la multitude des coups est excessive, et le sujet ne prend de plaisir à rien observer d'autre lorsque tant d'éléments interviennent. En effet, à vrai dire, la *beauté* ou (si l'on veut généraliser) ce qui est *agréable* consiste dans une observation aisée du multiple; à tel point que, conséquemment, la difformité elle-même plaît, lorsqu'elle devient observable; et que les erreurs amusent quand elles offrent matière à la critique et au rire. Et même, ceci étant, on pourrait fort bien mêler d'autres intervalles aux consonances, à supposer que par cette diversification il y ait quelque chose d'observable dans l'égarement même. Quant aux consonances elles-mêmes, il leur faut des nombres premiers petits et la puissance du nombre premier doit être d'autant plus petite que celui-ci est plus grand. C'est pourquoi seul le double s'élève à une puissance […]»

La lettre à Goldbach du 17 avril 1712, qui contient la citation mentionnée au début de cette communication, dit de même :

«Au reste, je pense que la raison des consonances doit être cherchée à partir de la coïncidence des coups <congruentia ictuum>. La musique est une pratique occulte de l'arithmétique dans laquelle l'esprit ignore qu'il compte. Car, dans les perceptions confuses ou insensibles, [l'esprit] fait beaucoup de choses qu'il ne peut remarquer par une aperception distincte. On se tromperait en effet en pensant que rien n'a lieu dans l'âme sans qu'elle sache elle-même qu'elle en est consciente. Donc, même si l'âme n'a pas la sensation qu'elle compte, elle ressent pourtant l'effet de ce calcul insensible, c'est-à-dire l'agrément qui en résulte dans les consonances, le désagrément dans les dissonances. Il naît en effet de l'agrément à partir de nombreuses coïncidences insensibles. D'ordinaire, on fait un mauvais compte en n'attribuant à l'âme que les opérations dont elle a conscience. […] Dans l'octave un coup sur deux de l'une des séries de coups coïncide avec chaque coup de l'autre série. Dans la quinte chaque troisième [coup] d'une série et chaque second de l'autre se conjuguent.»

Ces textes sont très riches. Je n'insisterai pas sur l'interprétation philosophique de la perception inconsciente, bien connue, et qui se rattache notamment à la notion mathématique de l'intégration. On découvre que Leibniz, loin d'être *pythagoricien*, fait sienne la théorie dite de la *coïncidence des coups*.[34]

---

[33]. Henfling exprime la même chose dans sa Lettre latine. Mais la similitude des conceptions n'est qu'apparente et révèle plutôt la supériorité de vue du philosophe de Hanovre. Car, pour la limitation aux nombres 2, 3, 5, Henfling n'invoque que des prétextes arithmétiques, a priori et dogmatiques, sans aucune valeur. Au contraire, Leibniz s'appuie sur la *théorie de la coïncidence des coups*.

[34]. Bien que leurs théories de la perception soient très différentes, sur la seule nécessité esthétique de limiter la complexité Leibniz se montre ici assez proche de Descartes, qui, d'une manière moins précise, exprime dans le *Compendium musicae* (Descartes, *Abrégé de musique*, trad. de Buzon, PUF, Paris, 1987, p. 58) que «Parmi les objets des sens, celui-ci n'est pas le plus agréable à l'âme qui est le plus facilement perçu par le sens, ni celui qui l'est le plus difficilement; mais c'est celui qui n'est pas si facile à percevoir que le désir naturel qui porte les sens vers les objets ne soit pas

Cette théorie, que Descartes, Galilée, Mersenne avaient adoptée, représente en quelque sorte la meilleure explication du phénomène de la consonance, dans l'ignorance où l'on est alors de la vraie nature du son et du véritable fonctionnement de l'oreille humaine. Elle est séduisante pour un mathématicien, car elle lui permet de donner une raison physique à la mise en correspondance des intervalles avec les rapports numériques. On sait qu'Euler, dans son *Tentamen novae theoriae musicae* (1739), en déduisit toutes les implications les plus complexes : des formules de classement des intervalles, mais aussi des formules de classement des accords, les règles de l'harmonie elles-mêmes! Ceci pour dire que, s'il l'avait voulu, s'il s'était un peu plus penché sur la question, Leibniz aurait peut-être pu aller plus loin et tirer quelques conséquences nouvelles de la théorie de la coïncidence des coups.

La lettre à Goldbach commence d'ailleurs par un passage qui explique la limitation aux nombres 2, 3 et 5 :

> «Il n'est pas impossible qu'il y ait quelque part des animaux qui aient plus de sensibilité musicale que nous, et qui apprécient des proportions musicales par lesquelles nous ne sommes guère affectés. Mais je pense qu'une plus grande finesse de nos sens nous nuirait plus qu'elle ne nous servirait; nous aurions en effet beaucoup de sensations déplaisantes à la vue, à l'odorat, au toucher. Et ceux qui sont d'une sensibilité trop fine en musique sont choqués par certaines notes fausses <oberrationibus> qu'on ne peut convenablement éviter dans la construction des instruments en usage [et] qui, d'habitude, ne choquent pourtant pas l'auditoire. En musique, nous ne comptons pas au delà de cinq, pareils en cela à ces gens qui, dans l'arithmétique aussi, n'allaient pas plus loin que le nombre trois et qui sont à l'origine du dicton allemand sur les simples : *Er kann nicht über drey zählen*. Tous nos intervalles en usage viennent en effet de rapports composés à partir des rapports entre les couples des nombres premiers 1, 2, 3, 5. Si nous avions en partage un peu plus de finesse, nous pourrions aller jusqu'au nombre premier 7. Et je pense qu'il y a réellement des gens dans ce cas. C'est pourquoi les anciens ne refusaient pas complètement aussi le nombre 7. Mais il n'y aura guère de gens, qui iraient jusqu'aux nombres premiers [suivants] les plus proches, 11 et 13.»

Euler s'en souviendra et parodiera le dicton, quand il donnera son explication de l'accord de septième de dominante, fondée sur la consonance du nombre 7 :

> «On soutient communément qu'on ne se sert dans la musique que des proportions composées de ces trois nombres premiers 2, 3 et 5 et le grand Leibniz a déjà remarqué que dans la musique on n'a pas encore appris à compter au-delà de 5; ce qui est aussi incontestablement vrai dans les instruments accordés selon les principes de l'harmonie. Mais, si ma conjecture a lieu, on peut dire que dans la composition on compte déjà jusqu'à 7 et que l'oreille y est déjà accoutumée[35]; c'est un nouveau genre de musique, qu'on a commencé à mettre en usage et qui a été inconnu aux anciens. Dans ce genre l'accord 4, 5, 6, 7 est la plus complète harmonie, puisqu'elle renferme les nombres 2, 3, 5 et 7; mais il est aussi plus compliqué que l'accord parfait dans le genre commun qui ne contient que les nombres 2, 3 et 5. Si c'est une perfection dans la composition, on tâchera peut-être de porter les instruments au même degré.» [*Opera Omnia*, 3a, I, p. 515]

---

entièrement comblé, ni également si difficile qu'il fatigue le sens.» Idée reprise par Mersenne, Euler, etc.

[35] Dans un autre article, Euler dit encore mieux : «nous pourrons dire avec feu Mr. de Leibniz que la musique a maintenant appris à compter jusqu'à sept.» [*Opera Omnia*, 3a, I, p. 525]

Le classement des consonances par Leibniz

Lorsqu'il définit les intervalles, Leibniz place la tierce majeure avant la quarte dans l'ordre des degrés décroissants de consonance. Il suit en cela la tradition de son temps, comme l'avait fait précédemment Descartes. Mais, en tant que mathématicien, il aurait pu, là encore, être plus original, comme plus tard Euler (1739) qui remarquera que ce sont seulement des raisons harmoniques qui justifient la préséance de la tierce majeure sur la quarte, alors qu'en eux-mêmes le second intervalle est meilleur que le premier.

Leibniz trace cette table :

Tabula intervallorum Musicorum simpliciorum.[36]

	Intervalla			Numeri Rationum	Ordo originis	Logarithmi, seu Numeri intervallorum	Origines
	Unisonus	ü		1:1		000000	
	Octava	ï		2:1	A .	301030	A
	Sexta Major	ï		5:3	G .	221849	A-E=A-B+C
	Sexta Minor	ï ý		8:5	F .	204120	A-C
	Qvinta	ï	consonantiae	3:2	B .	176091	B
	Qvarta	ï		4:3	D .	124939	A-B
Ditonus vel	Tertia Major	ï		5:4	C .	096910	C
	Tertia Minor	þ		6:5	E .	079181	B-C
	Tonus Major			9:8	H .	051152	B-D=2B-A
	Tonus Minor			10:9	I .	045758	D-E=A+C-2B
Diatonus vel	Semitonium Majus			16:15	K .	028029	D-C=A-B-C
Chroma vel	Semitonium Minus			25:24	L .	017729	C-E=2C-B
	Comma			81:80	M .	005394	H-I=4B-2A-C

[36]. **BH** 139; **LTM** 146. La traduction des différents termes de ce tableau va presque d'elle-même : Table des intervalles musicaux simples, Intervalles, nombres des rapports, ordre de l'origine, logarithmes, c'est-à-dire nombres des intervalles, origines; unisson, octave, sixte majeure, sixte mineure, quinte, quarte, diton ou tierce majeure, tierce mineure, ton majeur, ton mineur, diaton ou demi-ton majeur, chrome ou demi-ton mineur, comma. Ce que Leibniz appelle l'*origine* des intervalles représente en fait leur degré de consonance et est noté par les lettres A, B, C, etc., qui donne l'ordre décroissant des consonances. Leibniz rassemble les intervalles allant de l'unisson à la tierce mineure incluse dans l'ensemble des *consonances*.

Dans le texte qui accompagne ce tableau, Leibniz prétend avoir eu, de son propre chef, l'idée d'employer les logarithmes dans la définition des intervalles - idée qui a été exploitée avec succès, reconnaît-il, par Huygens et surtout Sauveur. Cependant, l'usage qu'il en fait est peu intéressant, surtout quand on le rapproche des travaux de Huygens et de Sauveur : à partir des logarithmes Leibniz se contente de tirer des comparaisons de grandeur entre diverses combinaisons d'intervalles (comme par exemple le fait que le ton mineur ne dépasse pas beaucoup le cinquième de la sixte majeure ou le quart de la quinte, **BH** 137; **LTM** 143), ce qui ne débouche évidemment sur aucune théorie. Il qualifie pompeusement les égalités de la colonne de droite, toutes parfaitement évidentes car réalisées même dans le tempérament égal, d'*équations harmoniques*[37].

Leibniz et le problème du tempérament

Leibniz traite cette question avec plus d'ampleur que les autres. La concentration de son intérêt sur ce thème s'explique, au moins en partie, par le fait que Huygens, Sauveur et Henfling l'ont eux-mêmes abordé ou en ont fait l'objet principal de leurs recherches.

Le tempérament de Huygens est particulièrement astucieux. C'est un partage de l'octave en 31 parties qui a l'heureuse propriété de donner des intervalles très proches de ceux du tempérament mésotonique; mais en plus il supprime presque complètement le défaut de la *quinte des loups* propre à ce dernier tempérament, car il autorise une série infinie de transpositions. Au sujet du tempérament de Huygens, Leibniz se contente d'écrire :

> «…il [Huygens] ne rend point raison de son tempérament, qui est le quart de Comme. Mais il semble d'estre content des raisons de Salinas et de Zarlini (sic)» (**BH** 84; **LTM** 128; cf. aussi **BH** 97; **LTM** 134).

Ceci contient trois erreurs. D'abord Leibniz semble presque assimiler purement et simplement le tempérament de Huygens au tempérament mésotonique (quoiqu'il sache très bien que son système contienne 31 parties égales); ensuite, n'ayant pas compris l'originalité de la démarche, il n'en voit pas la raison et prétend indûment que Huygens *n'en avait pas*; enfin il cite Salinas et Zarlino, alors que dans le *Cycle harmonique* Huygens mentionne Salinas et Mersenne. Tout ceci montre que Leibniz connaît mal l'œuvre de Huygens sur le tempérament, aux alentours de 1710 du moins.

En revanche, il n'en va pas de même pour le tempérament de Sauveur. Leibniz a bien compris l'ingéniosité du procédé qui consiste à diviser l'octave en

[37]. Il félicite Henfling d'avoir préservé plus d'équations harmoniques que Sauveur, ce qui est presque une pure illusion.

43 parties, parce que le logarithme à base 10 de 2 (2 est le rapport de l'octave) vaut 0,30103 et que 301 est divisible par 43. En divers endroits de sa correspondance avec Henfling, il défend Sauveur et donne un bon résumé de sa méthode de tempérament (**BH** 83-84, 97-98, 132, 137; **LTM** 127-128, 134, 140, 143-144). Pourtant, il n'a pas complètement aperçu tout ce que contient cette méthode. Une autre justification importante du nombre 43 lui a échappé. En effet, ce nombre n'est pas seulement justifié par le fait qu'il divise 301. Il a pour autre raison d'être, qu'en remplaçant la variété des tons majeurs et mineurs de la gamme juste par l'unique ton moyen, les principaux degrés se trouvent fort précisément représentés - correctement tempérés - par des multiples de la 43e partie de l'octave.

A l'occasion de son analyse des tempéraments de Huygens et de Sauveur, Leibniz présente même un tempérament de son cru, un partage de l'octave en 60 parties. Cette valeur, prétend-il, est le nombre de commas syntoniques compris dans l'octave; mais la véritable valeur est 55,8 et l'on est surpris d'une approximation aussi grossière (**BH** 85; **LTM** 129).

> «J'ay trouvé, qu'en les [= les tons majeur et mineur] distinguant et prenant le Comma pour l'Elément, ou pour l'unité, on peut diviser l'octave en 60 parties égales à peu près, et l'estime des intervalles sera[38]

A	ç	B	C	D	G	H	L	N	P	R	W	X	
60	ç	54	41	35	25	19	16	10	9	6	3	1	
12	ç	9	8	7	5	4	3	2	2	1	1	0	»

D'un tempérament à l'autre, Leibniz effectue ses comparaisons à l'aide de ce qu'il appelle des *équations harmoniques* — on en a vu quelques échantillons dans sa table des intervalles. Portant sur les lettres (A, B, C, etc.) qu'il a attribuées aux différents intervalles, ces équations ne sont que la traduction symbolique de simples additions (des logarithmes des rapports de fréquence) du genre :

4te + 5te = octave, 3ce maj. + 3ce min. = 5te,…

Encore une fois, elles sont toutes, en quelque sorte, triviales (au sens que les mathématiciens donnent aujourd'hui à ce mot), puisque même le tempérament égal les vérifie.[39]

---

38. **BH** 85; **LTM** 129. Le manuscrit porte par erreur les nombres 44 et 46 au lieu de 54 et 41, dans cet ordre. Quelques lignes plus haut, Leibniz dresse deux tableaux semblables pour les tempéraments de Huygens et de Sauveur. Celui de Huygens donne la correspondance entre les lettres et les intervalles qu'elles représentent : A octave, B sixte majeure, C sixte mineure, D quinte, G quarte, H tierce majeure, L tierce mineure, N ton majeur, P ton mineur, R demi-ton majeur, W demi-ton mineur, X comma.

En définitive, sur la question des tempéraments, on ne peut pas dire que Leibniz se soit, là non plus, montré très original. Il a compris que le point de vue pratique ne devait pas être négligé (**BH** 132; **LTM** 140). Cela aurait pu le conduire à une juste appréciation des tempéraments de Huygens et de Sauveur, comparativement à celui de Henfling, fort médiocre à cet égard. Mais cela n'a pas été le cas. On peut dire que Leibniz donne l'impression de ne pas avoir suffisamment étudié la question. Et sa «retraite» sur le tempérament égal apparaît comme un abandon définitif, qu'il prononce face aux élucubrations alambiquées de Henfling :

> «Ayant considéré un jour et examiné par les Logarithmes l'ancienne division de l'octave en 12 parties égales qu'Aristoxène suivoit déjà; et ayant remarqué combien ces intervalles également pris approchent des plus utiles de ceux de l'échelle ordinaire, j'ay crû que pour l'ordinaire on pourroit s'y tenir dans la practique...» (**BH** 147; **LTM** 149).

Conclusion

Effrayé par les constructions artificielles de son correspondant, on a vu comment Leibniz prônait un retour à la simplicité[40].

> « il y a, ajoute-t-il, quelques phrases pour ainsi dire, qui nous enlevent partout où elles se trouvent. Parmy 100 airs, à peine puis j'en rencontrer un ou deux, que je trouve forts et nobles; et j'ay remarqué souvent, que ce que les gens du metier estimoient le plus, n'avoit rien qui touchât. La simplicité y fait souvent plus d'effect, que les ornemens empruntés. Qu'y at-il de plus simple que le chant de ce Texte : *Ecce quomodo moritur justus*[?][41] cependant toutes les fois que je l'entends (comme je l'ay souvent entendu chanter pendant ce carême par les enfans de chœur dans les rues) j'en suis enlevé; et j'ay remarqué qu'encor les autres le trouvent fort et beau.»[42]

---

39. «Ces valeurs de M. Hugens <sic>, et de M. Sauveur [il s'agit des divisions de leurs tempéraments, en 31 et 43 parties respectivement] donnent ces Equations Harmoniques principales D+G=A, H+L=D, G+N=D, H+R=G, C+H=A, B+L=H. Mons. Hugens y joint encor N+P=H et L+P=G et W+R=P, et P+X=N, mais c'est en confondant les deux Tons.», **BH** 85; **LTM** 129.
Ce passage précède juste celui que nous citons avec le tableau du tempérament de Leibniz.

40. «[...] je souhaiterois qu'on pensât un peu plus qu'on ne le fait ordinairement, aux raisons de la practique et de ce qui plaist le plus dans les compositions [...]» (**BH** 147; **LTM** 149)

41. On trouve ce texte, *Antiphona de Defunctis*, dans Herm. Adalbert Daniel, *Thesaurus hymnologicus*, t. 2, Lipsiae, 1844, p. 331 sq.

42. Ici apparaît formulée le plus clairement possible (c'est-à-dire, malgré tout, pas tout à fait nettement) la dernière opinion de Leibniz sur la théorie de Henfling. A ses yeux, celui-ci aurait trop négligé la *pratique*, pour s'adonner à des calculs de détail, éloignés des réalités. Leibniz semble vouloir rappeler à son correspondant que la musique n'est pas un objet de science au même titre que les mathématiques.

Occasion rare, l'évocation de «ce qui plaist le plus dans les compositions» amène Leibniz à quelque confidence sur son goût personnel en musique et nous découvrons que c'est, en quelque sorte, celui d'un véritable philosophe; la musique profane semble passer pour lui au second plan par rapport à la musique sacrée, celle qui tente d'établir un contact avec Dieu. C'est elle qui «enlève» l'auditeur, c'est elle qui, comme nous allons le voir tout de suite, donne une image de l'harmonie préétablie.

Et, en effet, l'examen du statut que Leibniz confère à la musique dans sa philosophie peut nous aider à expliquer ce goût, à préciser le sens de son attitude envers l'art musical en général, de son attitude envers les musiciens et envers ceux qu'on n'appelait pas encore des *musicologues*.

La musique joue un rôle un peu particulier chez Leibniz : celui de terme de comparaison pour le concept philosophique de l'*harmonie universelle*. On connaît bien la profonde signification de ce concept majeur de sa philosophie; il est indispensable pour expliquer — autrement que par une infinité de miracles tous plus absurdes les uns que les autres — l'accord entre des monades qui ne communiquent pas réellement entre elles et qui développent dans le temps les caractères de leur propre substance, leur accord avec le monde de la matière. L'harmonie universelle *préétablie*, c'est

> «[…] la beauté merveilleuse et l'artifice divin et infini de l'univers, qui ne souffre ni atomes ni vide ni même de substance purement matérielle […]; qui fait comme deux règnes, s'entrerépondant exactement, l'un des causes finales, l'autre des efficientes; qui soumet le monde matériel ou des corps à celui des esprits et le physique au moral, le mécanisme à la métaphysique réelle, les notions abstraites aux complètes, les phénomènes ou résultats aux vraies substances, qui ne sont que des unités et subsistent toujours; qui exige une laison parfaite de toutes choses et un ordre achevé, en sorte qu'il est impossible que rien se conçoive mieux et de plus grand.» (**GRUA**, II, p. 486)

En divers endroits, Leibniz développe la comparaison de l'harmonie universelle avec la musique :

> «[…] au reste les imperfections qui sont dans l'univers sont comme des dissonances dans une excellente pièce de Musique, qui contribuent à la rendre plus parfaite, au jugement de ceux qui en sentent bien la liaison. Ainsi on ne peut point dire que Dieu en créant le monde ait fait une machine imparfaite, & qui se développe mal.» (*Leibniz à Nicolas Hartsoeker* [1711?] *in* **KE**, IV, p. 385)

La musique, aux yeux de Leibniz, est ainsi comme «l'imitation de cette harmonie universelle que Dieu a mis dans le monde»[43], de même que chaque âme, chaque monade, est un miroir (fini) de l'univers (infini).

Mais à focaliser toute son attention sur la musique, on ne devrait pourtant pas oublier qu'elle n'est pas ce qu'il y a de plus élevé dans la pensée de Leibniz.

---

43. Fragments inédits rapportés par Erich Hochstetter, "Zu Leibniz Gedächtnis. Eine Einleitung" *in Leibniz zu seinem 300. Geburtstag* (De Gruyter, Berlin, 1948, vol. III, p. 49).

«La Musique est subalterne à l'Arithmétique», affirme-t-il aussi (**GP**, VII, p. 170). Certes, «les plaisirs des sens qui approchent le plus des plaisirs de l'esprit <, et qui sont les plus purs et les plus seurs>, sont ceux de la musique...» [...] et «La seule chose qu'on y peut craindre, c'est d'y employer trop de temps.» (**GRUA**, p. 580). La musique est ce qu'il a de plus élevé dans l'ordre des sens. A cet égard, révélateur est le fait que, un peu plus loin dans le même passage, lorsqu'il décrit le bonheur comme l'amour de Dieu, Leibniz ne mentionne pas la musique (mais seulement les «merveilles des raisons et des vérités éternelles» dans les sciences, dans la morale, dans le droit, ou «les merveilles de la nature corporelle», c'est-à-dire les sciences de la nature). La musique n'est donc qu'un plaisir des sens, inférieur à tous ceux de l'esprit, aussi bas soient ces derniers. Toutefois, une chose élève la musique, c'est qu'elle peut être assimilée à un plaisir de l'esprit, entaché de confusion et d'inconscience : «les plaisirs des sens se réduisent à des plaisirs intellectuels confusément connus. La Musique nous charme […]» (**GP**, VI, p. 605). Dans ces conditions, les mathématiques, la philosophie, la religion sont des disciplines bien plus élevées en dignité que la musique, et même que la théorie de la musique (car cette théorie regarde un objet de valeur inférieure). Leibniz assurément était un esprit universel et la musique, comme toute chose, était susceptible de l'intéresser. Mais nous pensons qu'il faut garder à l'esprit quel était le rang qu'elle occupait pour lui. Ce rang subalterne explique à notre avis l'attitude relativement distante que Leibniz a eu envers les théories de Henfling; il explique aussi qu'il n'ait jamais produit de réflexion approfondie d'ordre proprement «musicologique»[44].

---

44. Dans sa lettre à des Vignoles du 3/4/1709, il écrit :

> «Je pense adjouter quelque chose à la Lettre Latine de M. Henfling que je soumettray aussi à votre jugement mais je ne l'ai point prest présentement et je ne veux point perdre l'occasion d'envoyer...[la *Lettre latine* de Henfling à l'éditeur]» (**BH** 134; **LTM** 142).

Il est possible aussi que Leibniz ait été déçu par le système de Henfling, parce qu'il attendait quelque chose de plus profond. Dans une lettre à Henfling, précédant la *Lettre latine*, il explique en effet que «il y a deux manières de traiter la musique». L'une consiste simplement à prendre pour accordée l'existence de certains "ingrédients sensibles", c'est-à-dire l'existence d'accords consonants, etc., que le musicien praticien "exploitera" sans penser plus loin. «Mais la Théorie doit rendre raison de la fabrique et de l'effet de ces éléments sensibles, et donner l'art d'en former autrement que par instinct.» (**BH** 59; **LTM** 126). Ce programme, Henfling ne l'a nullement rempli, ni Leibniz bien sûr, ni Huygens, ni Sauveur. On peut dire qu'Euler aurait sans doute beaucoup plus satisfait Leibniz à cet égard.

REFERENCES

Textes de Leibniz

AK : *Sämtliche Schriften und Briefe*, herausgegeben von der Preußichen [puis Deutschen] Akademie der Wissenschaften zu Berlin (Darmstadt [puis Leipzig, Berlin], 1923-…)

BH : *Der Briefwechsel zwischen Leibniz und Conrad Henfling*, herausgegeben von Rudolf Haase (Vittorio Klostermann, Frankfurt am Main, 1982).

CO : *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, par Louis Couturat (Alcan, Paris, 1903).

GM : *Die mathematischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, herausgegeben von C Gerhardt (7 vol., Berlin und Halle, 1849-1860).

GP : *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, herausgegeben von C Gerhardt (7 vol., Berlin, 1875-1890).

GRUA : *Textes inédits de Leibniz*, par G. Grua (P.U.F., Paris, 1948).

KE : *Epistolae ad diversos*, herausgegeben von Chr. Kortholt (2 vol., Leipzig, 1734).

Autres ouvrages

BAILHACHE Patrice, "Leibniz et la théorie de la musique", in "Leibniz, Tradition und Aktualität", V. Internationaler Leibniz-Kongreß, Vorträge, Hannover, 14-19 nov. 1988, pp. 34-41.

BAILHACHE Patrice, "Le système musical de Conrad Henfling (1706)", *Revue de musicologie* (Société française de musicologie, Paris, 1988, n° 1, 74, p. 5-25).

BAILHACHE Patrice, "Tempéraments musicaux et mathématiques", *Sciences et techniques en perspective*, 16, Université de Nantes, Dép. de mathématiques, 1989, p. 83-114.

BAILHACHE Patrice, "Le miroir de l'Harmonie universelle : musique et théorie de la musique chez Leibniz", *L'esprit de la musique, Essais d'esthétique et de philosophie* (participation à un ouvrage collectif sous la direction de Hugues Dufourt, Joël-Marie Fauquet et François Hurard), Klincksieck, Paris, 1992, p. 203-216.

LTM : BAILHACHE Patrice, *Leibniz et la théorie de la musique*, Klincksieck, coll. "Domaine musicologique", Paris, 1992, 158 p. (contient notamment la traduction française des textes latins de **BH**).

HENFLING C., C. Henflingii Epistola de novo suo Systemate Musico, Onoldi 17. April 1708. ad Praesidem data, *Miscellanea Berolinensia* (1710), pp. 265-294 + fig. 66 et 67.

HUYGENS Chr., *Le cycle harmonique* (Rotterdam, 1691; ed. by R. Rasch, The Diapason Press, Utrecht, 1986).

LUPPI Andrea, *Lo Specchio dell'Armonia Universale, Estetica e musica in Leibniz*, Franco Angeli, Milano, 1989.

SAUVEUR J., *Collected Writtings on Musical Acoustics (Paris 1700-1713)*, edited by R. Rasch (The Diapason Press, Utrecht, 1984).